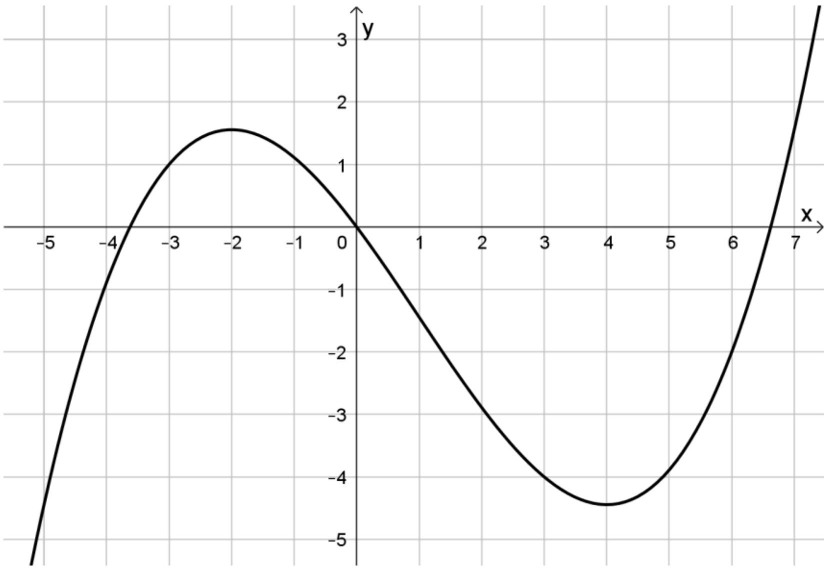
Ableitungsregeln
Übung

1. Der untere Graph zeigt die Funktion f. Skizzieren Sie den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion f'.



2. Bilden Sie die erste Ableitungsfunktion!

   a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 3$
   b) $f(x) = -4$
   c) $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$
   d) $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 - 2x$
   e) $f_a(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2ax - a$ soll einmal nach x und einmal nach a abgeleitet werden.
   f) $f_a(x) = \frac{1}{6}x^3 - 3ax^2 + a^3$ soll einmal nach x und einmal nach a abgeleitet werden.

3. Zeigen Sie, dass der Scheitelpunkt der allgemeinen Parabel mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ immer an der Stelle $x_S = -\frac{b}{2a}$ liegt.

4. Wahr oder falsch? Begründen Sie!

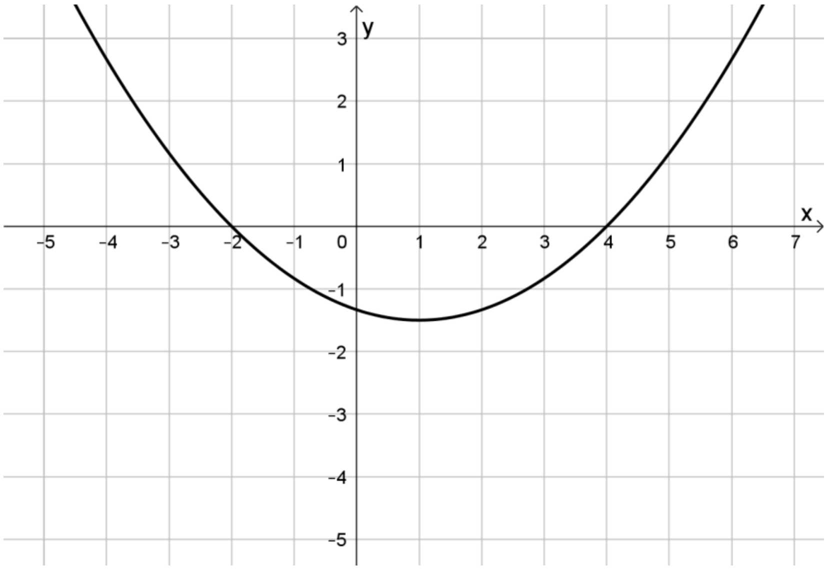
   a) Die erste Ableitungsfunktion einer ganzrationalen Funktion vierten Grades besitzt den Grad 3.

   b) Leitet man eine ganzrationale Funktion oft genug ab, erhält man nach endlich vielen Schritten die Nullfunktion.

   c) Ist der Graph einer ganzrationalen Funktion punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, dann gilt dies auch für den Graphen der ersten Ableitungsfunktion.

Ableitungsregeln
Lösung

1.



2.

a) $f'(x) = x + 4$
b) $f'(x) = 0$
c) $f'(x) = \frac{1}{3}$
d) $f'(x) = x^4 + 2x^3 - 2$
e) $\frac{d}{dx} f(x) = \frac{1}{2}x + 2a$
   $\frac{d}{da} f(x) = 2x - 1$
f) $\frac{d}{dx} f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 6ax$
   $\frac{d}{da} f(x) = -3x^2 + 3a^2$

3. Es ist $f'(x) = 2ax + b$.
   Am Scheitelpunkt muss gelten $f'(x) = 0$, also $2ax + b = 0$.
   Aufgelöst nach x ergibt sich daraus $x_S = -\frac{b}{2a}$.

4.

a) w, der Grad reduziert sich bei Ableiten immer um 1.

b) w, eine Funktion vom Grad n wird nach $n + 1$ Schritten zu Null.

c) f, z.B. wird aus der punktsymmetrischen Funktion $f(x) = 2x^3 - 8x$ bei Ableiten $f'(x) = 6x^2 - 8$.
   [Hinweis: Tatsächlich wird aus einer punktsymmetrischen Funktion beim Ableiten stets eine achsensymmetrische Funktion und umgekehrt.]